

# Иррациональные уравнения

## Урок обобщения и систематизации знаний.

Алгебра и начала математического анализа 10 класс. УМК Мерзляк А.Г.

Учитель ГБОУ СОШ им.П.В.Кравцова с.Старопохвистнево Шестеркина Лилия Раушановна.

Цели урока: Обобщение материала по теме: «Иррациональные уравнения», совершенствование навыков решения уравнений различными методами.

Задачи урока:

1. **Общеобразовательные:** расширить и углубить представления учащихся о методах решения иррациональных уравнений; совершенствовать умения и навыки самостоятельного приобретения знаний в процессе работы.
2. **Развивающие:** способствовать формированию умений классифицировать иррациональные уравнения по теоремам, развивать логическое мышление, навыки самоконтроля, взаимоконтроля, самооценки.
3. **Воспитательные:** воспитывать взаимопонимания, взаимоуважения, ответственности, настойчивости в учебе; развивать интерес к математике путем информационных технологий.

Знания, умения, навыки и качества, которые актуализируют /приобретут/ закрепят/др. ученики в ходе урока:

1. **Закрепят:**
  - знания теоретического материала,
  - умения применять знания при решении задач,
  - элементарные вычислительные навыки.
  - коммуникативные умения, навыки индивидуальной и групповой работы
2. **Актуализируют:**
  - навыки анализа и синтеза,
  - ИК – компетентность,
  - мыслительную деятельность, самостоятельность.

Необходимое оборудование и материалы: компьютер, медиа-проектор, система контроля и мониторинга качества знаний (пульты для учащихся), документ-камера, презентация «Иррациональные уравнения», экран, раздаточный материал.

Мотивация учащихся:

- Разнообразие форм и методов обобщения и контроля,
- возможность применять пульты и документ-камеру для проверки знаний.

### Ход и содержание урока

Оформление доски выполняет ряд функций:

- мотивационную – эпиграф к уроку: «Где есть желание, найдется путь!»
- организационную – тема, цель и план урока.

#### 1. **Организационный момент.** (3 мин.)

Один из великих философов сказал: «Где есть желание, найдется путь!».

Ребята, как вы понимаете эти слова? (Дети высказываются)

Мы сегодня с большим желанием будем решать уравнения, определяя различные методы решения.

Цель сегодняшнего урока: **обобщение материала по теме: «Иррациональные уравнения», совершенствование навыков решения уравнений различными методами.**

**2. Актуализация опорных знаний. Устная работа. (10 мин.)**

Все задания оформлены в презентации. (Слайды 2-17).

Устная работа проводится с помощью системы контроля и мониторинга качества знаний. Учащиеся отвечают на задания с помощью пульта. Все ответы отображаются на компьютере учителя. Для этого презентация заранее настраивается для данной системы контроля. В конце устной работы учитель подводит итоги. В компьютере учителя выводится статистика выполнения устной работы. Те задания, в которых учащиеся ошиблись больше всего, разбираются на доске. Учитель ставит оценки учащимся, максимально ответившим на вопросы.

1. Какое уравнение не является иррациональным:

1)  $x + \sqrt{x} = 2$

2)  $y + \sqrt{y^2 - 9} = 2$

3)  $\sqrt{t - 1} = 3$

4)  $x^2 + 3x\sqrt{5} - 4 = 0$  +

2. Какое слово лишнее:

1) подкоренное выражение

2) радикал

3) парабола +

4) проверка

3. Какие из чисел являются корнями уравнения  $\sqrt{x^2 - 9} = 4$

1) -5; 5 +

2) -3; 3

3) -25; 25

4) 0; 9

4. Корнем какого уравнения является число 3

1)  $\sqrt{2x^2 - 7} = 5$

2)  $\sqrt[5]{32 - x} = 2$

3)  $\sqrt[4]{2x^3 + 10} = 4$  +

4)  $\sqrt[3]{x^2 - 1} = 8$

5. Корнем какого уравнения не является число -2

1)  $\sqrt[3]{x^2 + 23} = 2$

2)  $\sqrt[3]{2 - 3x} = 2$

3)  $\sqrt[3]{2x^2 + 15} = 1$  +

4)  $\sqrt[4]{8 - x^3} = 2$

6. Найдите корень уравнения  $\sqrt[7]{2x - 13} = 0$

1) 13

2) -6,5

3) 6

4) 6,5 +

7. Найдите корень уравнения  $\sqrt[3]{16x} = 2$

1) 0,5 +

2) 1

3) 2

4) -1

8. Найдите корень уравнения  $\sqrt[3]{x} = -5$

1) 125

2) 25

3) -125 +

4) корней нет

9. Найдите корень уравнения  $\sqrt[4]{x} = 3$

- 1) 9
- 2) -81
- 3) корней нет
- 4) 81 +

10. Найдите корень уравнения  $\sqrt[4]{\frac{x}{3}} = 2$

- 1) 12
- 2) 48 +
- 3) 144
- 4) 27

11. Найдите корень уравнения  $\sqrt{2-x} = -3$

- 1) -7
- 2) 5
- 3) 11
- 4) корней нет +

12. Найдите область определения уравнения  $\sqrt{2x+4} = 0$

- 1)  $(-2; +\infty)$
- 2)  $(-\infty; -2)$
- 3)  $[-2; +\infty)$  +
- 4)  $(-4; +\infty)$

13. Найдите область определения уравнения  $\sqrt{9-3x} = 5$

- 1)  $[3; +\infty)$
- 2)  $(-\infty; -3]$
- 3)  $(-\infty; 3]$  +
- 4)  $(3; +\infty)$

14. Найдите область определения уравнения  $\sqrt{(x-2)(x+2)} = 5$

- 1)  $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$
- 2)  $(-2; 2)$
- 3)  $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$  +
- 4)  $[2; +\infty)$

15. Найдите область определения уравнения  $\sqrt[3]{x+3} = 4$

- 1)  $[-3; +\infty)$
- 2)  $(-3; +\infty)$
- 3)  $(-\infty; +\infty)$  +
- 4)  $[24; +\infty)$

16. Найдите область определения уравнения  $\sqrt[6]{x^2-5x-6} = 0$

- 1)  $[-1; 6]$
- 2)  $(-\infty; -1) \cup (6; +\infty)$
- 3)  $(-\infty; +\infty)$
- 4)  $(-\infty; -1] \cup [6; +\infty)$  +

17. Какое из уравнений не имеет корней

- 1)  $\sqrt{x+2} - 3 = 0$
- 2)  $\sqrt[3]{x+8} + 3 = 0$
- 3)  $\sqrt{x(x-3)} + 2 = 0$  +
- 4)  $\sqrt[5]{x(x+8)} + 1 = 0$

### 3. Работа в парах. (8 мин)

А сейчас вы побываете в роли учителя. Проверьте работу ученика 10 класса, находящуюся на листе *Приложение 1. Задание для учащихся*. Ошибки подчеркните или обведите.

Теперь поменяйтесь листочками и проверьте по образцу. *Приложение 2. Образец для проверки*.

Оцените работу. Критерии оценивания на доске.

«5» - нашли 9 ошибок

«4» - 7-8 ошибок

## Задание для учащихся.

1. Возведите обе части уравнения в квадрат.

1)  $\sqrt{x+5} + \sqrt{5-x} = 4$

Решение:

$$(x+5) + (5-x) = 16$$

2)  $\sqrt{3x-1} + \sqrt{x+3} = 2$

Решение:

$$3x-1 + 2\sqrt{3x-1}\sqrt{x+3} + x+3 = 2$$

3)  $\sqrt{x-5} + \sqrt{9-x} = 1$

Решение:

$$x-5 - 2\sqrt{x-5}\sqrt{9-x} + 9+x = 2$$

2. Найдите область определения уравнения.

1)  $\frac{x-2}{\sqrt{2x-7}} = \sqrt{x-4}$

Решение:

$$\begin{cases} 2x-7 \geq 0 \\ x-4 \geq 0 \end{cases}$$

2)  $\sqrt{x+\sqrt{x+11}} + \sqrt{x-\sqrt{x+11}} = 4$

Решение:

$$\begin{cases} x+11 > 0 \\ x+\sqrt{x+11} \geq 0 \\ x-\sqrt{x+11} \geq 0 \end{cases}$$

3)  $\sqrt[3]{x-3} = 7$

Решение:

$$x \geq 3$$

4)  $\sqrt[5]{2x-1} = \sqrt[5]{3-x}$

Решение:

$$\begin{cases} 2x-1 \geq 0 \\ 3-x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x-1 \geq 0 \\ 3-x \geq 0 \end{cases}$$

3. Решите уравнения.

1)  $\sqrt{2x^2-3x-10} = x$

Решение:

$$2x^2-3x-10 = x^2$$

$$x^2-3x-10 = 0$$

$$x_1 = -2$$

$$x_2 = 5$$

Ответ: -2; 5

2)  $\sqrt{x-2} + 1 = 0$

Решение:

$$\sqrt{x-2} = -1$$

$$(\sqrt{x-2})^2 = (-1)^2$$

$$x-2 = 1$$

$$x = 3$$

Ответ: 3

**Образец для проверки.**

4. Возведите обе части уравнения в квадрат.

4)  $\sqrt{x+5} + \sqrt{5-x} = 4$

Решение:

$$(x+5) + 2\sqrt{(x+5)(5-x)} + (5-x) = 16$$

5)  $\sqrt{3x-1} + \sqrt{x+3} = 2$

Решение:

$$3x-1 + 2\sqrt{3x-1}\sqrt{x+3} + x+3 = 2$$

6)  $\sqrt{x-5} + \sqrt{9-x} = 1$

Решение:

$$x-5 - 2\sqrt{x-5}\sqrt{9-x} + 9 + x = 2$$

5. Найдите область определения уравнения.

5)  $\frac{x-2}{\sqrt{2x-7}} = \sqrt{x-4}$

Решение:

$$\begin{cases} 2x-7 \geq 0 \\ x-4 \geq 0 \end{cases}$$

6)  $\sqrt{x+\sqrt{x+11}} + \sqrt{x-\sqrt{x+11}} = 4$

Решение:

$$\begin{cases} x+11 \geq 0 \\ x+\sqrt{x+11} \geq 0 \\ x-\sqrt{x+11} \geq 0 \end{cases}$$

7)  $\sqrt[3]{x-3} = 7$

Решение:

~~$$\begin{cases} x \geq 3 \\ (-\infty; +\infty) \end{cases}$$~~

8)  $\sqrt[5]{2x-1} = \sqrt[5]{3-x}$

Решение:

~~$$\begin{cases} 2x-1 \geq 0 \\ 3-x \geq 0 \\ (-\infty; +\infty) \end{cases}$$~~

6. Решите уравнения.

3)  $\sqrt{2x^2-3x-10} = x$

Решение:

$$2x^2-3x-10 = x^2$$

$$x^2-3x-10 = 0$$

$$x_1 = -2 \text{ (посторонний корень)}$$

$$x_2 = 5$$

Ответ: ~~-2~~; 5

4)  $\sqrt{x-2} + 1 = 0$

Решение:

~~$$\sqrt{x-2} = -1$$~~

~~$$(\sqrt{x-2})^2 = (-1)^2$$~~

~~$$x-2 = 1$$~~

~~$$x = 3$$~~

Ответ: ~~3~~; **корней нет**

#### 4. Практическая работа. Групповая работа. (15 мин)

Разноуровневые задания. Учащиеся делятся на 3 группы и выполняют задания по выбору, учитывая свои способности в данной теме.

После выполнения, капитан группы с помощью документ-камеры выводит на экран решения заданий и комментирует решения.

Команда оценивает активных участников в своей группе.

**I группа. Возведение обеих частей уравнения в одну и ту же степень.**

**Учащиеся обсуждают теорию возведения обеих частей уравнения в четную и нечетную степень, а также метод равносильных преобразований для решения иррациональных уравнений.**

##### Задания для I группы:

- 1) Обе части уравнения возвели в нечетную степень. Будут ли исходное и полученное уравнения равносильными?
- 2) Обе части уравнения возвели в четную степень. Будут ли исходное и полученное уравнения равносильными?
- 3) Как можно выявить посторонние корни уравнения? ( проверка или метод равносильных преобразований)

Задание 1. Решите уравнение:

$$\sqrt[5]{x^2 - 25} = \sqrt[5]{2x + 10}$$

Задание 2. Решите уравнение:

$$\sqrt{x^2 - 36} = \sqrt{2x - 1}$$

Задание 3. Решите уравнение, используя метод равносильных преобразований:

$$\sqrt{x + 1} = x - 1$$

#### II группа. Решение уравнений с использованием замены переменной

##### Задания для II группы:

- 1) В чем заключается метод замены переменной.
- 2) Почему мы прибегаем к этому методу при решении иррациональных задач.

Задание 1. Решите уравнение:

$$\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}} = 1$$

Задание 2. Решите уравнение:

$$x^2 - 4x - 3\sqrt{x^2 - 4x + 20} + 10 = 0$$

Задание 3. Решите уравнение:

$$\sqrt[3]{x + 2} + 2\sqrt[6]{x + 2} = 3$$

#### III группа. Метод разложения на множители выражений, входящих в уравнение.

##### Задания для III группы.

- 1) Когда произведение нескольких множителей равно нулю?
- 2) Назовите способы разложения на множители.

Задание 1. Решите уравнение:

$$(x + 2)\sqrt{x^2 - x - 20} = 6x + 12$$

Задание 2. Решите уравнение:

$$(x - 3)\sqrt{x^2 + 4} = x^2 - 9$$

Задание 3. Решите уравнение:

$$(x + 3)\sqrt{x - 1} = 3\sqrt{x^2 - 1}$$

#### 5. Домашняя работа (1 мин) (слайд 19)

Подготовка к проверочной работе.

№ 11.20(3,4), 11.22(2), 12.6(3)

## **6. Рефлексия (3 мин) (слайд 20)**

Ребята, как же решаются иррациональные уравнения?

Какие способы мы сегодня повторили?

При решении иррациональных уравнений всегда ли мы делаем равносильные преобразования?

Как уберечься от ошибок?

Продолжите фразы, которые вы видите на слайде:

- Сегодня на уроке...

- Я повторил...

- Теперь я знаю...

- В результате исследовательской групповой работы я...